

---

---

# Electronique et Signal Musical

## Simulation d'un haut-parleur

---

On souhaite construire un modèle théorique puis une simulation d'un Haut-Parleur sous matlab, par exemple pour simuler dans un plug-in audio l'effet de la captation par microphone du son émis par un ampli guitare. On s'intéresse ici spécifiquement à la réponse spectrale, dont on verra qu'elle dépend de l'emplacement du micro.

Le schéma d'un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile est indiqué figure 1. Le bobinage, alimenté par l'amplificateur de puissance, est solidaire de la membrane, qui est reliée, via la **suspension périphérique**, au **saladier** constituant le "socle" du haut-parleur.

Pour simuler ce haut-parleur, il faut :

- modéliser le comportement électromécanique : c'est l'objet du calcul des impédances électriques et mécaniques du transducteur ;
- modéliser le rayonnement en fonction de la fréquence et le *diagramme de directivité* du haut-parleur.

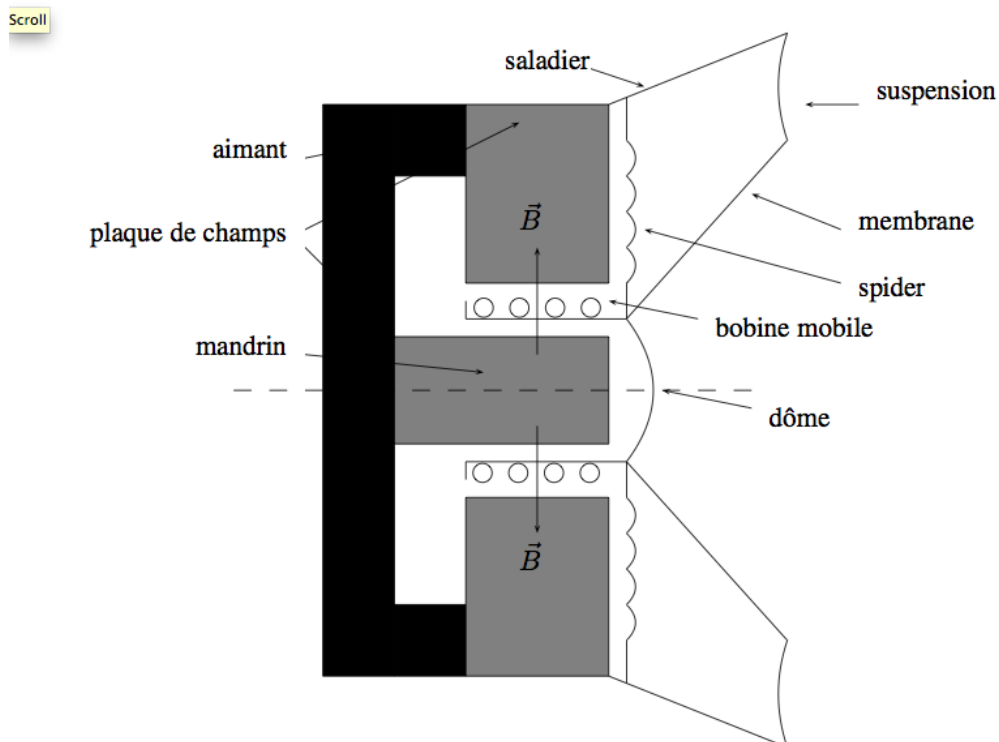


FIGURE 1 – Schéma d'un haut-parleur à bobine mobile.

## 1 Modélisation électromécanique du haut-parleur

On pose  $l = NL$ , longueur totale de fil sur le bobinage, et on note  $B$  le champ magnétique radial créé par l'aimant ( $Bl$  est appelée **facteur de force** du HP),  $m$  la masse de l'équipage mobile (membrane, bobine, dôme),  $R$  et  $L$  la résistance et l'inductance de la bobine. Celle-ci est soumise aux forces suivantes :

- à la force de Laplace
- à une force de rappel due à la raideur  $k$  de la suspension
- à une force de frottement, que l'on modélise en première approximation par un frottement fluide de coefficient  $f'$

Ici on a globalement besoin d'une seule formule de physique, la force de Lorentz :  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . En effet à partir d'elle on trouve la force de Laplace et la formule de la fem induite. Egalement : on travaille exclusivement en régime harmonique.

### Questions :

1. Ecrire la force de Laplace, la force de rappel et la force de frottement, en fonction des deux degrés de liberté que sont le courant  $i$  et la vitesse  $v$  (ou la position  $x$ )
2. Ecrire l'équation mécanique régissant le mouvement de la membrane et montrer qu'en régime harmonique, on peut définir une impédance mécanique  $Z_m$  de la membrane en fonction des paramètres mécanique  $m$ ,  $k$  et  $f'$ .
3. Comment pourrait-on tenir compte dans cette équation du fait que la membrane rayonne de l'énergie acoustique ?
4. Déterminer la f.e.m. d'induction due au déplacement de la bobine dans le champ magnétique crée par l'aimant. En déduire l'équation électrique liant la ddp  $U(t)$  aux bornes de la bobine, le courant  $i(t)$  et la vitesse  $v(t)$  ; introduire l'impédance électrique  $Z_e$  de la bobine.
5. Nous avons donc désormais un système de deux équations électro-mécaniques couplées avec  $v$  et  $i$  comme degrés de liberté, et  $U$  comme entrée du système ; en éliminant  $v$ , déterminer l'impédance électrique  $Z_e^*$  (dite "libre") vue par l'amplificateur de puissance. Tracer son diagramme de Bode à partir des données constructeur (cf annexe).

## 2 Rayonnement de la sphère pulsante

Le champ rayonné en un point M quelconque par la membrane du haut-parleur est la somme des champs acoustiques rayonnés par chaque point de la membrane. On commence donc par calculer le champ acoustique rayonné par un de ces "points" : c'est le modèle de la **sphère pulsante** ou "ballon pulsant", à savoir une source sphérique quasi-ponctuelle qui vibre à la pulsation  $\omega$ , dont le rayon  $a$  est petit devant la longueur d'onde  $\lambda$  (fig. 2), et qui génère un débit volumique  $q_a(t) = 4\pi a^2 v_a(t)$  où  $v_a(t)$  est la vitesse de la "surface" de la sphère. Du fait de la symétrie sphérique du problème, on fait l'hypothèse que la pression acoustique rayonnée à une distance  $r$  s'écrit en régime harmonique :

$$\underline{p}(r, t) = p_0 \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{kr}$$

et on va chercher à exprimer le champ de vitesse, puis la puissance acoustique rayonnée.

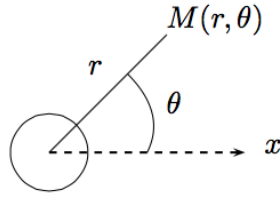


FIGURE 2 – Modèle de la sphère pulsante

**Questions :**

1. Montrer que  $ka \ll 1$  où  $k$  est le vecteur d'onde
2. A partir de l'équation d'Euler, calculer le champ de vitesse  $\underline{v}(r, t)$
3. En déduire le débit volumique  $\underline{q}(r, t)$  à travers une sphère de rayon  $r$ , puis en faisant tendre  $r$  vers  $a$ , exprimer  $p_0$  en fonction de  $q_a$
4. En déduire l'expression de  $\underline{q}(r, t)$  en fonction de  $q_a$  (vérif : ça doit "recoller" lorsque  $r \rightarrow a$ )
5. Montrer que la puissance acoustique moyenne rayonnée par la source en régime harmonique s'écrit  $\mathcal{P}_{ac} = \frac{1}{2} \Re[\underline{p}(r, t) \underline{q}^*(r, t)]$  et la calculer. Commenter : comment  $\mathcal{P}_{ac}$  varie-t-elle avec la fréquence du son ? avec la surface de la source ? avec la vitesse radiale de la source ?
6. Pour finir, déterminer l'impédance de rayonnement de la sphère pulsante, définie comme  $Z_R = \underline{F}/\underline{v}$  calculée au niveau de la source, soit encore  $Z_R = S^2 \underline{p}/\underline{q}$  où  $S$  est la surface de la sphère. Etudiez le comportement de  $Z_R$  (résistance vs réactance) dans les graves et les aigus.

**3 Rayonnement du HP et approximation du piston plan**

Le piston plan encastré (fig. 3) est un modèle simplifié de rayonnement du haut-parleur, valable dans une bande de fréquence où la membrane vibrante peut effectivement être approximée par un plan (*i.e.* pour des fréquences largement inférieures au mode fondamental de la membrane).

La membrane supposée ici circulaire, de rayon  $a$ , se déplace à une vitesse  $v_a(t)$ , et crée un débit  $q_a = \pi a^2 v_a$ . Le plan est supposé infini, et correspond au cas d'un haut-parleur bafflé dans un baffle infini. On montre que l'encastrement du haut-parleur dans un tel baffle double la pression rayonnée et la puissance acoustique.

Le principe du calcul du champ rayonné en tout point de l'espace consiste à décomposer le piston en sources ponctuelles. Chaque élément de surface  $dS'$  du piston crée un débit  $dq' = v_a dS'$ , et est assimilable à une source ponctuelle de type "sphère pulsante" de débit identique. Le champ de pression est alors la somme des pressions rayonnées par chacune de ces sources élémentaires.

**Questions :**

1. Montrer que  $p(r, \theta) = jk \rho_0 c v_a \iint_{S=\pi a^2} \frac{e^{-jkr'}}{4\pi r'} dS'$
2. Calculer  $r'$  en fonction de  $\theta$  et des coordonnées polaires du point source  $(R, \phi)$ .

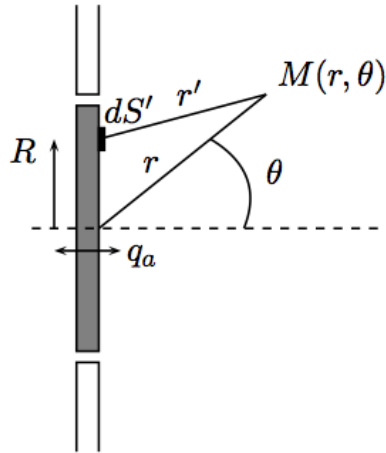


FIGURE 3 – Modèle du piston plan encastré

3. Déterminer le champ de pression  $p_{ax}(r)$  sur l'axe, l'intégrale se simplifiant grandement dans ce cas ; tracer pour quelques fréquences typiques (grave, medium, aigu) ; déterminer les positions des noeuds et des ventres de pression ;
4. Ecrire une fonction matlab `output=champ_axial(input, distance)` permettant de restituer le son perçu à une distance  $r$  donnée du piston : l'entrée est un vecteur obtenu à partir d'un fichier audio par ex, et la distance à la membrane, et la sortie est le son 'filtré' par les variations du champ de pression axial en fonction de la fréquence lorsque  $r$  est fixée (indication : utiliser la transformée de Fourier rapide de matlab via la fonction "fft") ;
5. Le rayonnement en tout point de l'espace n'admet une forme analytique qu'en champ lointain ( $r \gg a$ ). Montrer qu'alors  $r' \sim r - R \sin \theta \cos \phi$ . On utilisera cette approximation pour le terme de phase (argument de l'exponentielle) mais simplement  $r' \sim r$  pour le terme d'amplitude (dénominateur)<sup>1</sup>. En déduire l'expression du champ de pression  $p(r, \theta)$ . Aide mathématique :

$$\int_0^{u_0} \int_0^{2\pi} u e^{iu \cos \phi} du d\phi = \frac{2\pi u_0}{i} J_1(iu_0)$$

où  $J_1$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 1 (cf matlab : `besseli(1,Z)`)

6. Déterminer la fonction de directivité  $h(\theta)$  définie par  $p(r, \theta) = p(r)h(\theta)$  et  $h(0) = 1$ . Tracer.
7. Ecrire un fonction matlab qui filtre un signal audio en fonction de  $r$  et  $\theta$ , `output=champ_lointain(input, distance, theta)`.

1. Si on utilise  $r' \sim r$  pour le terme de phase, on perd l'information sur la directivité puisque plus rien ne dépend de  $\theta$ .

## 4 Annexe : données constructeur

Le tableau suivant indique les valeurs numériques correspondant à un haut-parleur de grave de fabrication moderne.

Paramètre généraux	Masse du HP	10 <i>kg</i>
	Q total	0,12
	Niveau d'efficacité caractéristique (1W bruit rose pondéré)	101 <i>dB(SPL)</i>
	Puissance nominale	200 <i>W</i>
Paramètres électriques	$Z_e$ nominale à 300 Hz	8 $\Omega$
	$ Z_e $ minimale	7 $\Omega$ à 250Hz
	R	5.5 $\Omega$
	$Q_e$	0,13
Paramètres mécaniques	Fréq. de résonance	15 $\pm$ 3 Hz
	Résistance mécanique	2,49 <i>kg/s</i>
	Compliance suspension	0,97.10 <sup>-3</sup> <i>m/N</i>
	Masse mobile	116 <i>g</i>
	$Q_m$	4,39
Rayonnement	Surface émissive	0,0880 <i>m</i> <sup>2</sup>
	Diamètre émissif	33,5 <i>cm</i>
Paramètres magnétiques	Diamètre bobine	10 <i>cm</i>
	Hauteur bobinage	14 <i>mm</i>
	Induction dans l'entrefer	1,5 <i>T</i>
	Flux dans l'entrefer	3,3 <i>mWb</i>
	Facteur de force (Bl)	26,04
	Volume de l'entrefer	3,298.10 <sup>-6</sup> <i>m</i> <sup>3</sup>
	Hauteur de l'entrefer	7 <i>mm</i>
	Diamètre de l'aimant ferrite	220 <i>mm</i>
	Hauteur de l'aimant	23 <i>mm</i>
Masse de l'aimant	3,14 <i>kg</i>	

FIGURE 4 – Haut-parleur de grave (Boomer), HD 38 S 100, 38 cm de diamètre.